**ISTITUTO D'ISTRUZIONE SUPERIORE «G. A. REMONDINI»**
TECNICO PER IL TURISMO, LE BIOTECNOLOGIE SANITARIE E LA LOGISTICA
PROFESSIONALE PER I SERVIZI COMMERCIALI, SERVIZI PER LA SANITÀ E L'ASSISTENZA SOCIALE, SERVIZI PER L'ENOGASTRONOMIA
Via Travettore, 33 - 36061 Bassano del Grappa (VI)
tel: 0424.523592 - Fax: 0424.220037 - VIIS01700L@istruzione.it

# Verifica di Matematica

## Simmetrie e Studio del Segno — Funzioni Razionali

*anno scolastico 2025/'26*



**COGNOME e Nome:** ..........................................................................

**Classe:** **5 QA**

**Data:** 04-05-2026

Tempo a disposizione: 70 minuti

*prof.:* *Diego Fantinelli*

*voto finale:*

⋆ *eventuali osservazioni e/o considerazioni del docente*:

..........................................................................................................................................

..........................................................................................................................................

**Istruzioni e avvertenze:**

- La presente verifica, somministrata in modalità *in presenza*, contiene 4 quesiti, per un totale di **58 punti**, più un quesito *facoltativo* del valore di 2 punti bonus, che verrà considerato ove siano già stati risolti tutti i precedenti.
- **La sufficienza è fissata a 36 punti.**
- Per l'Esercizio 2 (risposta multipla): selezionare **una sola risposta** per ciascuna domanda. Le risposte errate **non comportano penalità**.
- Il voto verrà riportato in capo alla presente verifica, e sarà oggetto di un confronto costruttivo con lo studente.
- L'insegnante si riserva la possibilità di verificare il voto conseguito nella verifica attraverso un breve colloquio orale.
- Eventuali copiature palesi comporteranno l'annullamento della prova e un voto pari a 3, a prescindere dal punteggio totalizzato.
- È vietato l'utilizzo di calcolatrici scientifiche, smartphone, tablet e altri dispositivi digitali, così come l'accesso a internet, nonché la consultazione di testi, appunti e/o siti web, ove non preventivamente autorizzato.
- **Per gli esercizi 1, 3 e 4, mostrare chiaramente il procedimento svolto.**

# Valutazione

### Tabella dei punteggi

| Esercizio | Punti | Punteggio |
|---|---|---|
| 1a | 4 | |
| 1b | 4 | |
| 1c | 4 | |
| 1d | 4 | |
| 2 — dom. 1 | 3 | |
| 2 — dom. 2 | 3 | |
| 2 — dom. 3 | 3 | |
| 2 — dom. 4 | 3 | |
| 2 — dom. 5 | 3 | |
| 2 — dom. 6 | 3 | |
| 3a | 8 | |
| 3b | 8 | |
| 4 | 8 | |
| **Totale** | **58** | |
| **Bonus** | **2** | |

La sufficienza è fissata a 36 punti

### Griglia di valutazione

| punteggio | voto |
|---|---|
| 10 | $3\frac{1}{2}$ |
| 16 | 4 |
| 20 | $4\frac{1}{2}$ |
| 24 | 5 |
| 30 | $5\frac{1}{2}$ |
| **36** | **6** |
| 40 | $6\frac{1}{2}$ |
| 44 | 7 |
| 48 | $7\frac{1}{2}$ |
| 52 | 8 |
| 54 | $8\frac{1}{2}$ |
| 56 | 9 |
| 58 | $9\frac{1}{2}$ |
| $58 + bonus$ | 10 |

## Conoscenze, abilità e competenze

| | conoscenze | abilità | competenze |
|---|---|---|---|
| **eccellente** | 5 | 3 | 2 |
| **ottimo** | 4.5 | 2.75 | 1.75 |
| **buono** | 4 | 2.5 | 1.5 |
| **discreto** | 3.5 | 2.25 | 1.25 |
| **sufficiente** | 3 | 2 | 1 |
| **quasi sufficiente** | 2.75 | 1.875 | 0.875 |
| **insufficiente** | 2.5 | 1.75 | 0.75 |
| **gravemente insufficiente** | 2 | 1.5 | 0.5 |
| **scarso** | 1.5 | 1.25 | 0.25 |

⋆ Per gli indicatori e i descrittori si fa riferimento a quelli esplicitati nella programmazione.
Ciascun valore espresso nella tabella va inteso come massimo dei punti attribuibili.

**Esercizio 1.** **[16 punti — 4 punti per ciascun punto]**

Per ciascuna funzione: determina il **dominio**, classifica la funzione e studia le eventuali **simmetrie** (pari / dispari / nessuna).

**a.** *[4 punti]*

$$y = f(x) = 3x^2 - 5x + 2$$

$D = \mathbb{R}$; algebrica intera.
$f(-x) = 3x^2 + 5x + 2 \neq f(x)$; $\quad -f(x) = -3x^2 + 5x - 2 \neq f(-x)$
→ **nessuna simmetria**

**b.** *[4 punti]*

$$y = f(x) = \frac{x^3 - x}{x^2 - 4}$$

$D = \mathbb{R} \setminus \{-2, 2\}$ (simmetrico ✓); razionale fratta.
$f(-x) = \frac{-x^3+x}{x^2-4} = -f(x)$ → **funzione dispari**; $f(0) = 0$ ✓

**c.** *[4 punti]*

$$y = f(x) = \frac{x^4 + 2}{x^2 + 1}$$

$x^2 + 1 \geq 1 > 0$ sempre → $D = \mathbb{R}$ (simmetrico ✓); razionale fratta.
$f(-x) = \frac{x^4+2}{x^2+1} = f(x)$ → **funzione pari**

**d.** *[4 punti]*

$$y = f(x) = \frac{2x - 1}{x^2 + x - 6}$$

$x^2 + x - 6 = (x + 3)(x - 2) = 0 \to x = -3, 2$
$D = \mathbb{R} \setminus \{-3, 2\}$ — non simmetrico: $2 \notin D$ ma $-2 \in D$
→ **nessuna simmetria** (stop)

**Esercizio 2.** **[18 punti — 3 punti per ogni risposta corretta]**

Seleziona la risposta corretta. Non ci sono penalità per le risposte errate.

**1.** *[3 punti]*

Quale delle seguenti funzioni è **pari**?

- ☐ **A.** $f(x) = x^3 - 2x$
- ☐ **B.** $f(x) = x^2 - x + 1$
- ☐ **C.** $f(x) = x^4 - 3x^2 + 1$
- ☐ **D.** $f(x) = x^3 + x^2$

**Risposta corretta: C**

**2.** *[3 punti]*

Il dominio di $f(x) = \dfrac{1}{x-3}$ è $D = \mathbb{R} \setminus \{3\}$. Il dominio è simmetrico rispetto all'origine?

- ☐ **A.** Sì, perché contiene quasi tutti i numeri reali
- ☐ **B.** Sì, perché il numeratore vale 1
- ☐ **C.** No: $3 \notin D$ ma $-3 \in D$ — quindi $f$ **non ha simmetrie**
- ☐ **D.** Non si può stabilire senza calcolare $f(-x)$

**Risposta corretta: C**

**4.** *[3 punti]*

Qual è il dominio di $f(x) = \dfrac{2x+1}{x^2-9}$?

- ☐ **A.** $D = \mathbb{R}$
- ☐ **B.** $D = \mathbb{R} \setminus \{9\}$
- ☐ **C.** $D = \mathbb{R} \setminus \{-3, 3\}$
- ☐ **D.** $D = \mathbb{R} \setminus \{3\}$

**Risposta corretta: C**

**5.** *[3 punti]*

Per $f(x) = (x + 1)(x - 3)$, in quale dei seguenti intervalli $f$ è **negativa**?

- ☐ **A.** $(-\infty, -1)$
- ☐ **B.** $(-1, 3)$
- ☐ **C.** $(3, +\infty)$
- ☐ **D.** $(-\infty, 3)$

**Risposta corretta: B**

**3.** *[3 punti]*

La funzione $f(x) = x^3$ è dispari. Quanto vale $f(0)$?

☐ **A.** $f(0) = 1$
☐ **B.** $f(0) = -1$
☐ **C.** $f(0) = 0$
☐ **D.** non si può determinare

**Risposta corretta: C**

**6.** *[3 punti]*

Per $f(x) = (x-1)(x+3)$, il segno di $f(x)$ nell'intervallo $(-3, 1)$ è:

☐ **A.** $f(x) > 0$
☐ **B.** $f(x) < 0$
☐ **C.** $f(x) = 0$
☐ **D.** il segno varia all'interno dell'intervallo

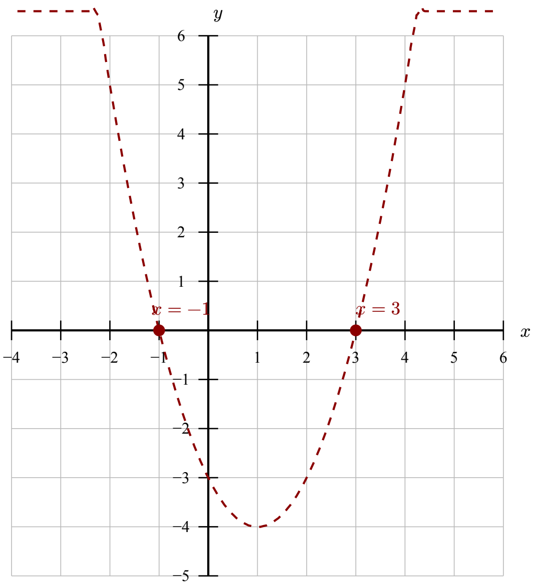
**Risposta corretta: B**

**Esercizio 3.** **[16 punti — 8 punti per ciascun punto]**

Per ciascuna funzione: determina dominio, intersezioni con gli assi e simmetrie; studia il **segno** e scrivi gli intervalli di positività e negatività; abbozza il grafico nel piano cartesiano.

**a.** *[8 punti]*

$$y = f(x) = x^2 - 2x - 3$$

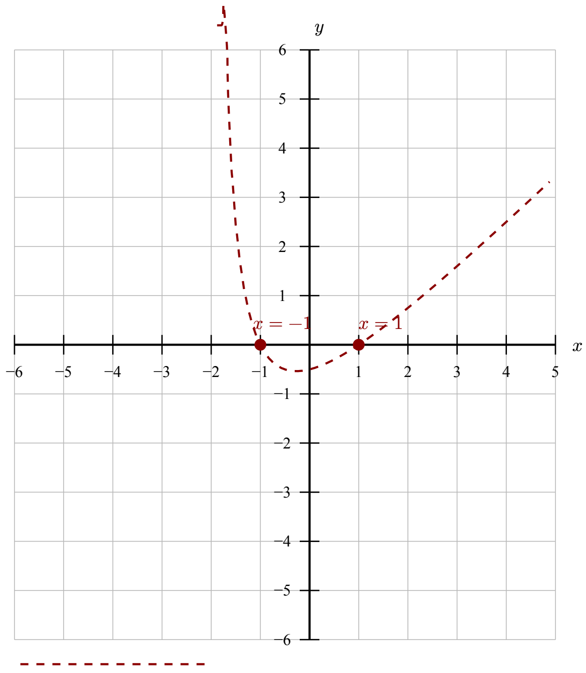



**Soluzione:** $f(x) = (x-3)(x+1)$; $D = \mathbb{R}$; algebrica intera.
Zeri: $x = -1$, $x = 3$; $\quad f(0) = -3$.
$D$ simmetrico ✓; $f(-x) = x^2 + 2x - 3$; né $f(x)$ né $-f(x)$ → nessuna simmetria.

Segni: $x \leftarrow 1$: $(-)(-) = +$; $\quad -1 < x < 3$: $(+)(-) = -$; $\quad x > 3$: $(+)(+) = +$
$f(x) > 0$ per $x \in (-\infty, -1) \cup (3, +\infty)$;
$f(x) < 0$ per $x \in (-1, 3)$

**b.** *[8 punti]*

$$y = f(x) = \frac{x^2 - 1}{x + 2}$$




**Soluzione:** $f(x) = \frac{(x-1)(x+1)}{x+2}$; $D = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$; razionale fratta.
Zeri: $x = -1$, $x = 1$; $\quad f(0) = -\frac{1}{2}$.
$D$ non simmetrico: $-2 \notin D$ ma $2 \in D \rightarrow$ nessuna simmetria.
Punti critici: $-2(\varnothing)$, $-1(0)$, $1(0)$.

Segni per intervallo — test: $x = -3$: $(-)\frac{-}{-} = -$; $x = -1.5$: $(-)\frac{-}{+} = +$; $x = 0$: $(-)\frac{+}{+} = -$; $x = 2$: $(+)\frac{+}{+} = +$
$f(x) > 0$ per $x \in (-2, -1) \cup (1, +\infty)$;
$f(x) < 0$ per $x \in (-\infty, -2) \cup (-1, 1)$

**Esercizio 4.** **[8 punti]**

Descrivi con parole tue, in modo sintetico e preciso, che cosa si intende per **funzione reale di variabile reale**, specificando il ruolo del dominio, della legge di corrispondenza e del codominio.

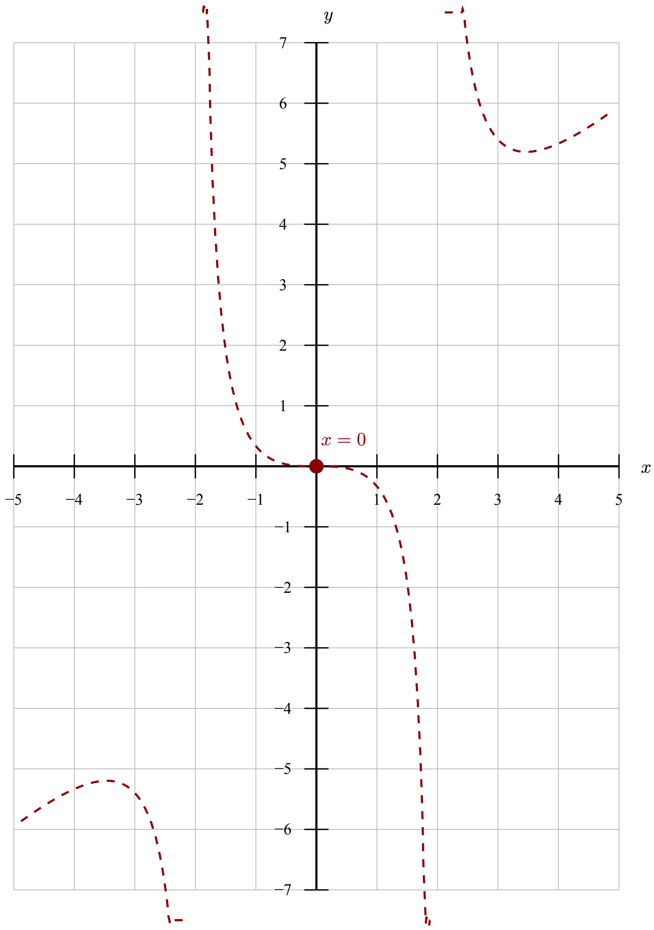
**Risposta attesa:** Una funzione reale di variabile reale è una legge $f$ che associa a ogni numero reale $x$ del **dominio** $D \subseteq \mathbb{R}$ uno e un solo valore reale $y = f(x)$. Il dominio è l'insieme dei valori ammissibili (si determina escludendo denominatori nulli, radici di negativi, ecc.). Il **codominio** (insieme immagine) è l'insieme di tutti i valori $f(x)$ effettivamente assunti al variare di $x \in D$. La funzione si rappresenta graficamente come insieme di coppie $(x, f(x))$ nel piano cartesiano. — (1 pt struttura; 1 pt dominio; 1 pt codominio/immagine; 1 pt chiarezza)

***Esercizio facoltativo:*** ***[2 punti bonus]***

Considera la funzione:

$$y = f(x) = \frac{x^3}{x^2 - 4}$$

Determina dominio e classificazione, intersezioni con gli assi, simmetrie; studia il segno e scrivi gli intervalli di positività e negatività; usa il piano cartesiano per abbozzare il grafico.



**Soluzione:** $x^2 - 4 = (x-2)(x+2) = 0 \rightarrow x = \pm 2$; $D = \mathbb{R} \setminus \{-2, 2\}$ (simmetrico ✓); razionale fratta.
Zeri: $x^3 = 0 \rightarrow x = 0$; $f(0) = 0$ (origine).
$f(-x) = \frac{-x^3}{x^2-4} = -f(x) \rightarrow$ **funzione dispari ✓** — tavola antisimmetrica.
$f(x) > 0$ per $x \in (-2, 0) \cup (2, +\infty)$;
$f(x) < 0$ per $x \in (-\infty, -2) \cup (0, 2)$