



Verifica di Matematica

MODULO 3 - Calcolo letterale: fattorizzazione polinomiale

COGNOME e Nome:

Classe: 3 QA

Data: 19-04-2026

Tempo a disposizione: 110 minuti

prof.: Diego Fantinelli

voto finale:

★ eventuali osservazioni e/o considerazioni del docente:

.....

.....

Istruzioni e avvertenze:

- La presente verifica, somministrata in modalità *in presenza*, è suddivisa in due parti:
 - la prima parte consiste in un test con 10 domande a risposta multipla, del valore di 2 punti ciascuna;
 - la seconda parte contiene 5 quesiti,
- per un totale di 58 punti, più un quesito *facoltativo* del valore di 2 punti bonus, che verrà considerato ove siano già stati risolti tutti i precedenti.
- **La sufficienza è fissata a 30 punti**
- Il voto verrà riportato in capo alla presente verifica, e sarà oggetto di un confronto costruttivo con lo studente.
- Eventuali copiature palesi comporteranno l'annullamento della prova e un voto pari a 3, a prescindere dal punteggio totalizzato.
- È vietato l'utilizzo di calcolatrici scientifiche, smartphone, tablet e altri dispositivi digitali, così come l'accesso a internet, nonché la consultazione di testi, appunti e/o siti web, ove non preventivamente autorizzato.
- In caso di dubbi riguardo l'autenticità della prova l'insegnante si riserva di verificare la preparazione con alcune domande al momento della consegna della verifica.

Valutazione

Tabella dei punteggi

Esercizio	Punti	Punteggio
Test Q1	2	
Test Q2	2	
Test Q3	2	
Test Q4	2	
Test Q5	2	
Test Q6	2	
Test Q7	2	
Test Q8	2	
Test Q9	2	
Test Q10	2	
Es. 1a	2	
Es. 1b	2	
Es. 2a	4	
Es. 2b	4	
Es. 3	4	
Es. 4a	5	
Es. 4b	5	
Es. 5a	6	
Es. 5b	6	
Totale	58	
Bonus	2	

Griglia di valutazione

punteggio	voto
< 8	3
8	3½
13	4
18	4½
24	5
27	5½
30	6
34	6½
38	7
42	7½
46	8
50	8½
54	9
58	9½
58 + bonus	10

La sufficienza è fissata a 30 punti

Conoscenze, abilità e competenze

	conoscenze	abilità	competenze
eccellente	5	3	2
ottimo	4.5	2.75	1.75
buono	4	2.5	1.5
discreto	3.5	2.25	1.25
sufficiente	3	2	1
quasi sufficiente	2.75	1.875	0.875
insufficiente	2.5	1.75	0.75
gravemente insufficiente	2	1.5	0.5
scarso	1.5	1.25	0.25

*Per gli indicatori e i descrittori si fa riferimento a quelli esplicitati nella programmazione.
Ciascun valore espresso nella tabella va inteso come massimo dei punti attribuibili.

Test: fattorizzazione polinomiale

Domanda 1.**[2 punti]**Che cosa significa *fattorizzare* un polinomio?

- A Calcolarne il valore numerico per $x = 0$
- B Trasformarlo in un prodotto di polinomi irriducibili di grado inferiore
- C Sommare algebricamente tutti i suoi termini simili
- D Determinarne il grado massimo e il coefficiente direttivo

Risposta corretta: B — fattorizzare significa scrivere il polinomio come prodotto di fattori irriducibili di grado inferiore.

Domanda 2.**[2 punti]**Quale dei seguenti polinomi possiede un *fattore comune* a tutti i suoi termini?

- A $3x^2 - 2y + 5$
- B $6x^3 - 9x^2 + 3x$
- C $x^2 + x + 1$
- D $4a^2 - 3b + 7ab$

Risposta corretta: B — il MCD dei termini è $3x$: $6x^3 - 9x^2 + 3x = 3x(2x^2 - 3x + 1)$.

Domanda 3.**[2 punti]**Qual è la fattorizzazione *completa* di $4x^3 - 8x^2 + 12x$?

- A $4(x^3 - 2x^2 + 3x)$
- B $4x(x^2 - 2x + 3)$
- C $4x^2(x - 2) + 12x$
- D $2x(2x^2 - 4x + 6)$

Risposta corretta: B — il MCD è $4x$. A non estrae la x ; D non usa il MCD massimo; C non è fattorizzato.

Domanda 4.**[2 punti]**Quale delle seguenti espressioni è una *differenza di quadrati*?

- A $x^2 + 9$
- B $x^2 - 9$
- C $x^2 - 3x + 9$
- D $(x + 3)^2$

Risposta corretta: B — $x^2 - 9 = x^2 - 3^2$, differenza di due quadrati perfetti.

Domanda 5.**[2 punti]**Qual è la fattorizzazione corretta di $x^2 - 16$?

- A $(x - 4)^2$
 - B $(x - 4)(x + 4)$
-

C $(x - 8)(x + 2)$

D $x(x - 16)$

Risposta corretta: B — $x^2 - 16 = x^2 - 4^2 = (x - 4)(x + 4)$.

Domanda 6.

[2 punti]

Qual è la fattorizzazione corretta di $x^2 + 6x + 9$?

A $(x + 3)(x - 3)$

B $(x + 9)(x + 1)$

C $(x + 3)^2$

D $(x + 6)(x + 1) + 3$

Risposta corretta: C — $x^2 + 6x + 9 = x^2 + 2 \cdot 3 \cdot x + 3^2 = (x + 3)^2$, quadrato di binomio.

Domanda 7.

[2 punti]

Per fattorizzare $x^2 - 5x + 6$, si cercano due numeri a e b tali che $a + b = -5$ e $a \cdot b = 6$. Quali sono?

A $a = 2, b = 3$

B $a = -2, b = -3$

C $a = -1, b = -6$

D $a = 1, b = -6$

Risposta corretta: B — $(-2) + (-3) = -5$ e $(-2) \cdot (-3) = 6$, quindi $x^2 - 5x + 6 = (x - 2)(x - 3)$.

Domanda 8.

[2 punti]

Quale dei seguenti polinomi è *irriducibile* su \mathbb{Z} (non si fattorizza con coefficienti interi)?

A $x^2 - 4$

B $x^2 + 4$

C $x^2 - 5x + 6$

D $4x^2 - 9$

Risposta corretta: B — $x^2 + 4$ è una somma di quadrati, irriducibile su \mathbb{Z} . Le altre: A = $(x - 2)(x + 2)$, C = $(x - 2)(x - 3)$, D = $(2x - 3)(2x + 3)$.

Domanda 9.

[2 punti]

Qual è la fattorizzazione *completa* di $6x^2 + 3x$?

A $3(2x^2 + x)$

B $3x(2x + 1)$

C $x(6x + 3)$

D $6x\left(x + \frac{1}{2}\right)$

Risposta corretta: B — il MCD dei coefficienti è 3 e delle parti letterali è x : si estrae $3x$.

Domanda 10.

[2 punti]

Uno studente afferma che $x^2 + 6x + 9 = (x + 9)(x + 1)$. Cosa ha sbagliato?

- A Ha confuso la fattorizzazione con la differenza di quadrati
- B Ha trovato due numeri con prodotto 9 ma somma sbagliata: $9 + 1 = 10 \neq 6$
- C Ha dimenticato di estrarre il fattore comune prima di fattorizzare
- D Niente, la fattorizzazione è corretta

Risposta corretta: B — servono $a + b = 6$ e $a \cdot b = 9$, cioè $a = b = 3$. La fattorizzazione corretta è $(x + 3)^2$.

Esercizi: raccoglimento totale e parziale

Esercizio 1. Fattorizza le seguenti espressioni estraendo il *massimo fattore comune*: **[4 punti]**

a. [2 punti] b. [2 punti]

$$6a^3b^2 - 9a^2b^3 + 3a^2b$$

$$\frac{2}{3}x^2y - \frac{4}{3}xy^2 + \frac{2}{3}xy$$

.....

Soluzione: MCD = $3a^2b$
 $[3a^2b(2ab - 3b^2 + 1)]$

Soluzione: MCD = $\frac{2}{3}xy$
 $[\frac{2}{3}xy(x - 2y + 1)]$

Esercizio 2. Fattorizza per *raccoglimento parziale*: **[8 punti]**

a. [4 punti]

$$x^3 - 2x^2 + 3x - 6$$

.....

Soluzione: $x^2(x - 2) + 3(x - 2) = [(x^2 + 3)(x - 2)]$

b. [4 punti]

$$2a^2b - 4ab + a^2 - 2a$$

.....

Soluzione: $2ab(a - 2) + a(a - 2) = [a(a - 2)(2b + 1)]$

Esercizi: prodotti notevoli inversi e trinomi

Esercizio 3. Fattorizza completamente (raccoglimento totale + prodotto notevole): **[4 punti]**

$$x^4 - 8x^3 + 16x^2$$

.....

Soluzione: $x^2(x^2 - 8x + 16) = [x^2(x - 4)^2]$

Esercizio 4. Fattorizza i seguenti trinomi:**[10 punti]****a.***[5 punti]*

$x^2 - 7x + 12$

.....
.....

$a + b = -7,$

Soluzione: $ab = 12$

$a = -3,$

$b = -4$

$[(x - 3)(x - 4)]$

b.*[5 punti]*

$2x^2 + 5x + 3$

.....
.....

$a \cdot c = 6;$

$m + n = 5,$

Soluzione: $mn = 6$

$m = 2,$

$n = 3$

$[(2x + 3)(x + 1)]$

Esercizio 5. Fattorizza *completamente* i seguenti polinomi:**[12 punti]****a.***[6 punti]*

$x^4 - 13x^2 + 36$

.....
.....**Soluzione:** poni $t = x^2$: $t^2 - 13t + 36 = (t - 4)(t - 9)$

$= (x^2 - 4)(x^2 - 9) = [(x - 2)(x + 2)(x - 3)(x + 3)]$

b.*[6 punti]*

$3x^3 - 3x^2 - 36x$

.....
.....

$a + b = -1, \quad a = -4,$

Soluzione: $3x(x^2 - x - 12); ab = -12 \rightarrow b = 3$

$[3x(x - 4)(x + 3)]$

Esercizio facoltativo:**[2 punti bonus]**

Divisione polinomiale a resto zero

Esegui la divisione

$$(x^3 + x^2 - 4x - 4) : (x + 2)$$

utilizzando **entrambi** i metodi indicati di seguito. Verifica che il quoziente sia lo stesso.**Metodo classico (divisione in colonna):**

.....

.....

.....

Regola di Ruffini (con $r = -2$, poiché il divisore è $x - (-2)$):

.....

.....

.....

Soluzione — Metodo classico:

$$(x^3 + x^2 - 4x - 4) : (x + 2)$$

- $x^3 : x = x^2$; $x^2(x + 2) = x^3 + 2x^2$; resto: $-x^2 - 4x - 4$
- $-x^2 : x = -x$; $(-x)(x + 2) = -x^2 - 2x$; resto: $-2x - 4$
- $-2x : x = -2$; $(-2)(x + 2) = -2x - 4$; resto: 0

$$Q(x) = x^2 - x - 2, \quad R = 0$$

Regola di Ruffini ($r = -2$):

$$\begin{array}{r|rrrr} -2 & 1 & 1 & -4 & -4 \\ & & -2 & 2 & 4 \\ \hline & 1 & -1 & -2 & \mathbf{0} \end{array}$$

$$Q(x) = x^2 - x - 2 = (x - 2)(x + 1)$$

Fattorizzazione completa: $P(x) = (x + 2)(x - 2)(x + 1)$